

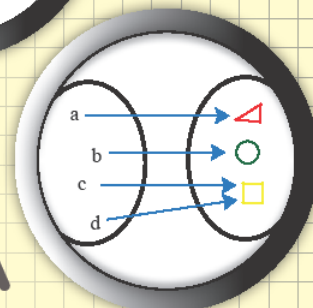
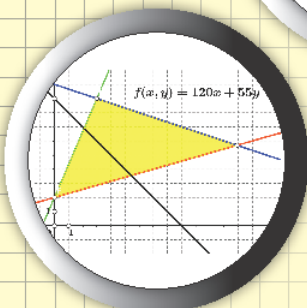
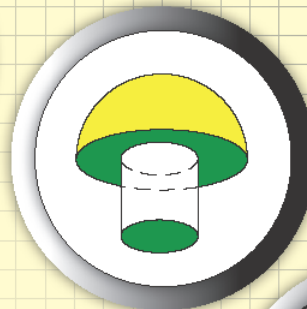
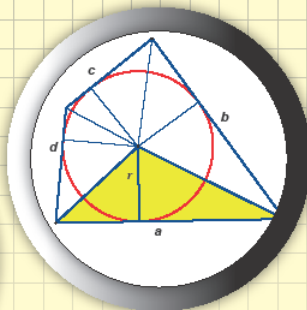


Europska unija  
Ulaganje u budućnost

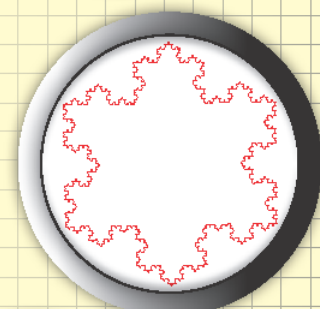


Projekt je sufinancirala Europska unija  
iz Europskog socijalnog fonda

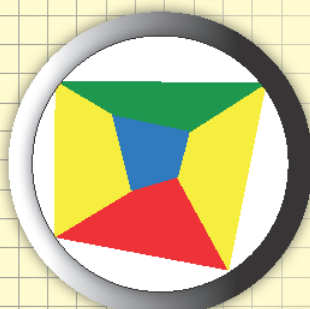
$$\left(\sum_{i=1}^n a_i b_i\right)^2 \leq \left(\sum_{i=1}^n a_i^2\right) \left(\sum_{i=1}^n b_i^2\right)$$



# MATEMATIKA IZMEĐU REALNOG I VIRTUALNOG

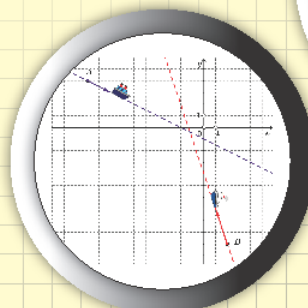
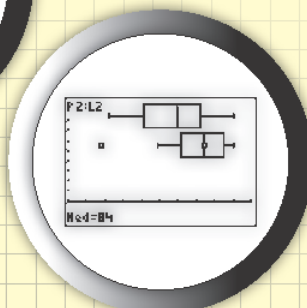


## KURIKULUM FAKULTATIVNE NASTAVE MATEMATIKE



	Glavnica	Kamata	Imovina
1	2.083,33	214,58	2.297,91
2	2.083,33	205,64	2.289,97
3	2.083,33	197,6	2.280,03
4	2.083,33	187,76	2.271,09
5	2.083,33	178,82	2.262,15
6	2.083,33	169,88	2.253,21
7	2.083,33	160,94	2.244,27
	2.083,33	152	2.235,33
	2.083,33	143,06	2.226,39

$$P^2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$



Nositelj projekta:  
XV. gimnazija, Zagreb

Partneri:  
XII. gimnazija, Zagreb

Gimnazija Matije Antuna Reljkovića, Vinkovci  
Gimnazija Josipa Slavenskog Čakovec, Čakovec



XV. gimnazija

Zagreb, Jordanovac 8

2016.

### **UREDнице**

Sanja Antoliš

Aneta Copic

Eva Špalj

### **AUTORI**

Jelenka Anić, Sanja Antoliš, Miljenko Blažeka, Aneta Copic, Mia Čačić, Petra Čukec, Maja Đerek, Mirela Lončar, Snježana Lukač, Maja Mihalic, Štefanija Požgaj, Nevenka Rupčić Krznarić, Vesna Smadilo Škornjak, Dijana Soldić, Tamara Srnec, Eva Špalj, Dubravka Toldi, Sanja Vučetić

### **RECENZENTICA**

Željka Milin Šipuš

### **LEKTORICA**

Zlatka Grahovec

Projekt je sufinancirala Europska unija  
iz Europskog socijalnog fonda.

Sadržaj ove publikacije/emitiranog materijala isključiva je odgovornost XV. gimnazije.

# KURIKULUM FAKULTATIVNE NASTAVE MATEMATIKE

1. Opis fakultativne nastave matematike .....	1
2. Ciljevi fakultativne nastave matematike .....	2
3. Opis modula i ishodi učenja .....	3
3.1. Geometrija 1 .....	3
3.2. Geometrija 2 .....	3
3.3. Funkcije 1 .....	4
3.4. Funkcije 2 .....	5
3.5. Matrice i vektori .....	6
3.6. Modeliranje .....	7
3.7. Vjerojatnost i statistika .....	8
3.8. Financijska matematika .....	9
3.9. Teorija grafova .....	9
3.10. Optimizacija .....	10
3.11. Odabrane natjecateljske teme .....	11
4. Učenje i poučavanje .....	13
4.1. Problemska nastava .....	13
4.2. Istraživačka nastava .....	13
4.3. Projektna nastava .....	14
4.4. Igrifikacija u fakultativnoj nastavi matematike .....	15
4.5. Djevojke u fakultativnoj nastavi .....	15
4.6. Ishodi učenja sa stajališta procesa .....	17
5. Vrednovanje .....	18

## 1. Opis fakultativne nastave matematike

Fakultativna nastava matematike uvodi se s ciljem osuvremenjivanja pristupa učenju i poučavanju u nastavi matematike s jasno iskazanim ishodima učenja. Temelji se na dvjema odrednicama – primjeni tehnologije i učenju rješavanjem problema iz stvarnoga života. Osim toga, fakultativnom nastavom promiču se suradničko učenje, individualizirana nastava te suvremeni oblici praćenja i vrednovanja.

Primjena tehnologije, osobito primjena programa dinamične geometrije, omogućava uvođenje eksperimenta u nastavu matematike. Učenici uz pomoć tehnologije otkrivaju pravilnosti, istražuju svojstva matematičkih objekata, međusobno ih povezuju, postavljaju hipoteze i testiraju ih na velikom broju primjera. Primjena tehnologije doprinosi konceptualnom razumijevanju matematičkih sadržaja, smanjuje razinu apstrakcije, oslobađa učenika od proceduralnog računanja i stavlja u fokus matematičke ideje. Uz nastavne materijale koji su kreirani po načelu postupnosti, tehnologija omogućuje individualizirani pristup u kojem učenik napreduje u skladu sa svojim sposobnostima i trenutačnom razinom matematičkih kompetencija pri čemu ga se potiče da postignutu razinu poveća.

Matematika u stvarnome životu može motivirati učenike za učenje matematike jer ju povezuju s vlastitim iskustvom te naučene matematičke pojmove, postupke i procese mogu primijeniti. Nadalje, učenici rješavanjem problema i modeliranjem mogu stjecati nova matematička znanja.

Strukturu fakultativne nastave čine *moduli*. Trajanje i organizacija svakog modula prikazani su u tablici.

<b>Modul</b>	<b>Broj sati</b>	<b>Razred za koji je predviđen</b>
<b>Geometrija 1</b>	35 35	prvi ili drugi treći
<b>Geometrija 2</b>	35	drugi, treći ili četvrti
<b>Funkcije 1</b>	35 35	drugi treći ili četvrti
<b>Funkcije 2</b>	35	četvrti
<b>Matrice i vektori</b>	35	prvi, drugi, treći ili četvrti
<b>Modeliranje</b>	35	treći ili četvrti
<b>Statistika i vjerojatnost</b>	35	prvi, drugi, treći ili četvrti
<b>Financijska matematika</b>	35	treći ili četvrti
<b>Teorija grafova</b>	35	prvi, drugi, treći ili četvrti
<b>Optimizacija</b>	35	treći ili četvrti
<b>Odabrane natjecateljske teme</b>	35 35 35 35	prvi drugi treći četvrti

## 2. Ciljevi fakultativne nastave matematike

Cilj je fakultativne nastave matematike potaknuti i razviti suvremeniji i drugačiji pristup matematici uz uporabu novih tehnologija, alata i ideja. Učenici će temeljem usvojenih matematičkih znanja samostalno, individualno ili suradnički, otkrivati i primjenjivati matematiku u raznim područjima i situacijama iz stvarnoga života. Cilj je kod učenika razviti logički način razmišljanja i zaključivanja, potaknuti kreativnost, poduzetnost, odgovornost, kritičnost i samostalnost u radu. Kroz prepoznavanje vrijednosti matematike razvit će se pozitivan stav prema matematici te popularizirati matematika općenito.

### 3. Opis modula i ishodi učenja

#### 3.1. Geometrija 1

Ovim modulom učenici će poznate sadržaje iz geometrije vizualizirati, utvrditi, proširiti i analizirati uporabom programa dinamične geometrije. Samostalno će istraživati svojstva i odnose geometrijskih likova. Produbit će temeljna matematička znanja o trokutu, četverokutu, krugu, pravilnim mnogokutima i drugim likovima. Izradit će modele geometrijskih likova i krivulja drugog reda (elipsu, hiperbolu i parabolu) koristeći različite materijale te ih konstruirati primjenom tehnologije. Određivat će udaljenosti, duljine, površine i mjere kutova. Dobivene rezultate provjeravat će uporabom tehnologije i tako bolje razumjeti matematičke odnose u geometriji. Geometrijska svojstva i odnose primijenit će u rješavanju problema iz matematike, fizike, geografije, geodezije, arhitekture, umjetnosti i stvarnoga života.

U prvom ili drugom razredu može se obrađivati klasična geometrija i trigonometrija pravokutnog trokuta, a u trećem primjena trigonometrije u planimetriji i krivulje drugog reda.

#### Ishodi učenja

Učenici će:

- razlikovati geometrijske likove i krivulje drugoga reda zadane grafički, jednadžbom ili svojstvima
- konstruirati geometrijske likove i krivulje drugoga reda zadane različitim elementima
- opisati svojstva geometrijskih likova, njihovih karakterističnih točaka i elemenata istražujući pomoću tehnologije
- primijeniti sukladnost i sličnost geometrijskih likova u rješavanju geometrijskih problema
- rabiti geometrijske transformacije u ravnini za uočavanje svojstava, konstrukciju geometrijskih likova i rješavanje problema
- računati mjeriva obilježja geometrijskih likova
- modelirati geometrijskim likovima i krivuljama drugoga reda problemske situacije iz matematike, ostalih odgojno-obrazovnih područja i stvarnoga života
- kreirati zadatak iz stvarnoga života koristeći geometriju ravnine.

#### 3.2. Geometrija 2

Cilj je ovog modula razvoj geometrijskog mišljenja i prostornog zora. Učenici će proširiti poznate sadržaje iz stereometrije te ih analizirati uporabom modela, programa dinamične geometrije i drugih računalnih alata. Određivat će međusobne odnose, presjeke i projekcije

osnovnih elemenata prostora. Individualnim i timskim radom otkrit će svojstva geometrijskih tijela i odnose među njima. Učenici će utvrditi i produbiti temeljna znanja o Platonovim tijelima, poliedrima, rotacijskim i složenim tijelima. Određivat će presjeke ravnine i tijela, računati udaljenosti, kutove, oplošja, volumene tijela te površine presječnih likova tijela i ravnine uz primjereno korištenje tehnologije. Modul će pridonijeti boljem razumijevanju matematičkih odnosa u geometriji i razviti kompetencije za rješavanje problema iz matematike, fizike, arhitekture, umjetnosti i stvarnoga života.

### **Ishodi učenja**

Učenici će:

- opisati položaj i prostorne odnose koristeći matematičke argumente
- klasificirati geometrijska tijela na osnovi različitih svojstava i elemenata
- izraditi modele tijela od papira, konkretnih materijala ili pomoću tehnologije
- prepoznati i skicirati geometrijska tijela zadana mrežom
- crtati projekcije složenih tijela i prepoznati tijela iz projekcije
- odrediti mjeriva obilježja geometrijskih tijela
- rabiti skice i geometrijske modele pri rješavanju problema iz matematike
- prepoznati i rabiti geometrijska svojstva, osobito simetrije, u objektima iz stvarnoga života
- kreirati zadatak iz stvarnoga života koristeći geometriju prostora.

### **3.3. Funkcije 1**

U ovom će modulu učenici usvojiti pojam funkcije kao jednog od temeljnih pojmova u matematici i drugim područjima. Obradit će karakteristične elemente i svojstva linearne funkcije, funkcije apsolutne vrijednosti, polinoma, funkcije drugog korijena, kvadratne, racionalne, eksponencijalne, logaritamske funkcije i trigonometrijskih funkcija. Uz pomoć tehnologije posebnu je pažnju moguće posvetiti grafičkom zadavanju i prikazu funkcije. Učenici će proučiti utjecaj koeficijenata pravila pridruživanja na svojstva i grafove funkcija, kao i karakteristične i važne točke grafova. Grafove i svojstva pripadnih funkcija koristit će pri rješavanju jednadžbi, nejednadžbi, sustava jednadžbi i nejednadžbi te pri rješavanju problema iz matematike, ostalih odgojno-obrazovnih područja i stvarnoga života. Situacije iz stvarnoga života modelirat će odabirom odgovarajuće klase funkcija.

### **Ishodi učenja**

Učenici će:

- prepoznati funkcijsko pridruživanje zadano algebarski, tablično, grafički ili opisno
- prepoznati klasu funkcije zadanu različitim prikazima

- određivati vrijednost funkcije za zadani argument i obrnuto
- odrediti domenu, sliku i inverznu funkciju
- odrediti svojstva, elemente i značenje koeficijenata u pravilu pridruživanja istražujući graf funkcije primjenom alata dinamične geometrije
- crtati grafove funkcija i njima inverznih funkcija zadanih na različite načine primjenom tehnologije i bez nje
- primjenjivati grafove funkcija i njihova svojstva pri rješavanju jednadžbi, nejednadžbi i sustava jednadžbi i nejednadžbi
- interpretirati situacije iz stvarnoga života zadane grafičkim prikazom
- modelirati funkcijama i njihovim grafovima probleme iz matematike, ostalih odgojno-obrazovnih područja i stvarnoga života
- kreirati zadatak iz stvarnoga života koristeći određenu funkciju.

### 3.4. Funkcije 2

U ovome će modulu učenici analizirati svojstva elementarnih funkcija i njihovih kompozicija. Grafove funkcija i inverznih funkcija proučavat će u alatima dinamične geometrije uočavajući pritom svojstva monotonosti, parnosti/neparnosti, periodičnosti, omeđenosti i injektivnosti. Istraživat će nizove realnih brojeva, otkrivati njihova svojstva s naglaskom na "poznate nizove" i nizove koje uočavamo u stvarnome životu. Produbit će znanja o limesu niza proučavajući odabrane primjere nizova u programu za izradu proračunskih tablica te u programu dinamične geometrije. Kritički će vrednovati rezultate dobivene primjenom tehnologije. Modelirat će situacije iz stvarnoga života nizom, limesom niza i geometrijskim redom. Analizirajući i rješavajući probleme brzine promjene, primijenit će i proširiti znanje o derivaciji funkcije u točki. Povezat će grafove funkcija i grafove njihovih derivacija koristeći program dinamične geometrije. Modelirat će probleme iz matematike, fizike i stvarnoga života primjenjujući znanje o derivacijama i integralima.

#### Ishodi učenja

Učenici će:

- opisati svojstva nizova, funkcija, derivacija i integrala istražujući uz pomoć tehnologije
- procijeniti limes konvergentnog niza, sumu reda i limes funkcije analizirajući grafički prikaz
- prepoznati i primijeniti geometrijski red u problemskim zadacima
- primijeniti kompoziciju funkcija i inverznu funkciju u rješavanju problema
- odrediti limes niza i limes funkcije primjenom svojstava limesa u rješavanju problema



- povezati koncept derivacije funkcije u točki s problemima brzine i nagiba tangente u različitim kontekstima
- primijeniti derivaciju, svojstva funkcija i limese pri crtanju grafa funkcije
- računati određeni i neodređeni integral te rezultat usporediti s rezultatom dobivenim numeričkom integracijom uz pomoć tehnologije
- modelirati matematičke probleme i probleme iz stvarnoga života rabeći nizove, redove, derivacije i integrale.

### 3.5. Matrice i vektori

U ovom će modulu učenici usvojiti pojam matrice i neke specifične vrste matrica. Uz pomoć tehnologije proučavat će pojam determinante, svojstva matrica i determinanti te naučiti računati s matricama. Tehnologiju će koristiti i pri rješavanju sustava linearnih jednadžbi pomoću determinanti i matrica. Vektore u ravnini i prostoru zapisivat će pomoću matrica te primjenjivati Decartesovu metodu pri računanju s vektorima i istraživanju njihovih svojstava. Usvojiti će pojmove skalarnog, vektorskog i mješovitog umnoška, otkriti njihova svojstva, geometrijsku interpretaciju i primjene. Koristit će vektorski oblik parametarskih jednadžbi pravaca i krivulja.

#### Ishodi učenja

Učenici će:

- računati determinante drugoga i trećega reda
- odrediti zbroj matrica, umnožak matrice skalarom i umnožak matrica, uz pomoć tehnologije i bez nje
- računati determinantu matrice i inverznu matricu uz pomoć tehnologije
- opisati svojstva determinanti i računskih operacija s matricama dobivena istraživanjem pomoću tehnologije
- primijeniti determinante, matrice i operacije s matricama pri rješavanju sustava jednadžbi
- modelirati matricama i determinantama problemske zadatke, primjerice dvokoračne rekurzije u ekonomiji
- povezati grafički prikaz vektora u koordinatnom sustavu, zapis pomoću matrica i zapis u ortonormiranoj bazi
- odrediti zbroj vektora, umnožak vektora skalarom, skalarni, vektorski i mješoviti umnožak vektora te kut između vektora zadanih različitim prikazima
- prikazati grafički i računski vektor u ravnini pomoću dva linearno nezavisna vektora rabeći tehnologiju i bez nje
- prelaziti iz parametarskog oblika jednadžbe pravca u druge oblike i obrnuto interpretirajući geometrijsko značenje koeficijenata

- primijeniti svojstva vektora i računanja s vektorima i parametarske jednadžbe pravca pri rješavanju problema iz područja matematike, ostalih odgojno-obrazovnih područja i stvarnoga života.

### 3.6. Modeliranje

Modeliranje, kao opća matematička kompetencija, uz praćenje i kontrolu procesa modeliranja, obuhvaća:

- strukturiranje područja ili situacije koja će se modelirati
- prevođenje situacije iz stvarnoga života na matematički jezik koristeći matematičke koncepte
- rad s matematičkim modelom
- interpretaciju matematičkog modela s obzirom na „stvarnost”
- promišljanje, analizu i zauzimanje kritičkog stava prema matematičkom modelu i rješenjima koja iz njega proizlaze.

Proces modeliranja započinje problemom iz stvarnoga života u kojem prepoznamo matematičke koncepte te ga prevodimo u matematički problem. Primjenom matematičkih koncepata i metoda dolazimo do rješenja matematičkog problema koje interpretiramo u kontekstu te prihvaćamo ili odbacujemo kao rješenje problema iz stvarnoga života. Na ovom posljednjem koraku treba osobito inzistirati jer smo ga skloni izostaviti, a bez njega zadatak nije u potpunosti riješen.

Zadaci modeliranja mogu se razlikovati po složenosti. Prepoznavanje matematičkog modela i matematički koncepti potrebni za njegovo rješavanje dvije su komponente koje utječu na složenost zadatka. S obzirom na prepoznavanje i prevođenje problema na matematički model razlikujemo dva tipa problema. Jednostavniji su problemi u kojima je matematički model već zadan te je samo potrebno protumačiti pitanja iz problema u terminima matematičkog modela. Složeniji su problemi u kojima je potrebno odrediti matematički model. Rješavanje takvih problema u pravilu će zahtijevati više vremena. Pogodni su za rad u skupinama jer će na taj način učenici moći raspravljati, pomagati jedni drugima te zajednički doći do rješenja. Tehnologija može omogućiti učenicima eksperimentiranje, provjeravanje hipoteza te im pomoći da naslute rješenje.

Matematički modeli koje će učenici primjenjivati u okviru ovog modula dolaze iz područja geometrije, algebre i statistike.

#### Ishodi učenja

Učenici će:

- problem iz stvarnoga života prevesti na matematički jezik
- riješiti problem rabeći aritmetiku, algebru, geometriju ili statistiku

- interpretirati rješenje u kontekstu problema procjenjujući i provjeravajući smislenost dobivenoga rješenja
- prepoznati ograničenja matematičkog modela i metoda
- učinkovito rabiti tehnologiju.

### 3.7. Vjerojatnost i statistika

U ovom će modulu učenici otkrivati, proučavati i primjenjivati osnovne principe vjerojatnosti i statistike izvodeći eksperimente uz pomoć tehnologije i bez nje te analizirajući dobivene rezultate. Cilj je modula osposobiti učenike za primjenu vjerojatnosti i statistike u jednostavnim situacijama iz stvarnoga života koje ne zahtijevaju složene kombinatorne račune.

U aktivnostima naglasak treba staviti na interpretaciju rezultata i primjenu u danoj konkretnoj situaciji. Potrebno je poticati intuitivno rasuđivanje u vjerojatnosti i statistici jer je ovo područje osobito vezano za realni svijet, za iskustvo i za eksperimente. Za statističku obradu podataka učenici će koristiti tehnologiju.

#### Ishodi učenja

Učenici će:

- povezati relativnu frekvenciju i vjerojatnost jednostavnih događaja izvodeći pokuse pomoću tehnologije i bez nje
- odrediti vjerojatnost događaja koristeći vjerojatnosno stablo, definiciju vjerojatnosti u Laplaceovu modelu i geometrijsku vjerojatnost
- računati vjerojatnost događaja koristeći vjerojatnost unije, komplementa, presjeka, definiciju nezavisnosti i uvjetne vjerojatnosti
- odabrati vjerojatnosno stablo, formulu potpune vjerojatnosti ili Bayesovu formulu za određivanje vjerojatnosti u problemima koji sadrže hipoteze
- grafički prikazati podatke koristeći stupčasti dijagram, histogram, poligon frekvencija i brkatu kutiju
- interpretirati statističke podatke na temelju izračunatih srednjih vrijednosti kao što su aritmetička sredina, medijan i mod te standardne devijacije
- modelirati približnu linearnu vezu linearnom funkcijom ili pravcem regresije uz pomoć tehnologije
- primijeniti vjerojatnost i statistiku, primjerice svojstva normalne razdiobe, u rješavanju problema iz matematike, ostalih odgojno-obrazovnih područja i stvarnoga života interpretirajući dobivena rješenja u zadanom kontekstu
- koristiti grafička džepna računala i računalne alate za istraživanje, prikazivanje podataka i računanje.

### 3.8. Financijska matematika

Danas se aktivno sudjelovanje pojedinaca u ekonomskom životu smatra gotovo nezamislivim bez odgovarajuće razine osnovne financijske pismenosti. Potreba za financijskom pismenošću, kao i potreba za financijskim obrazovanjem, javila se kao posljedica mnogobrojnih demografskih, financijskih, političkih i tehnoloških promjena u okolini prosječnog potrošača. Ovim će modulom učenici steći specifične numeričke, statističke i logičke vještine koje se odnose na spretnost u računanju, preračunavanju i razumijevanju financijskih kalkulacija poput izračuna postotaka, razumijevanja kamatnih stopa i inflacije, izračuna kamata, jednostavnih oblika zajmova i jednostavnih poreznih prijava.

#### Ishodi učenja

Učenici će:

- primijeniti jednostavni i složeni kamatni račun u rješavanju problema iz stvarnoga života
- primijeniti neprekidno ukamaćivanje u problemima iz ekonomije i procesima iz prirode
- usporediti početne i konačne vrijednosti uloga pri složenome kamatnom računu uz različite početne uvjete
- izraditi i analizirati otplatne tablice zajmova
- provesti jednostavne analize financijskih podataka pomoću tehnologije
- samostalno modelirati probleme iz stvarnoga osobnog života
- interpretirati dobivene rezultate.

### 3.9. Teorija grafova

Teorija grafova jedna je od novijih grana matematike koja ima vrlo široku primjenu i danas bez poznavanja teorije grafova ne možemo zamisliti suvremeni život. Ona nam otkriva matematičke principe koji povezuju naš svijet – od rukovanja, navigacije, prometnih, telefonskih i internetskih veza te strukture molekula do društvenih mreža. U ovom će modulu učenici koristiti jednostavnu matematičku strukturu zvanu *graf* i osnovnu terminologiju teorije grafova za proučavanje, opisivanje i interpretaciju povezanosti različitih sustava. Primijenit će tvrdnje i algoritme teorije grafova pri rješavanju matematičkih i praktičnih problema. Učenici će istražiti i odrediti najkraći i/ili najekonomičniji put. Prepoznat će i primijeniti algoritme kineskog poštaru i trgovačkog putnika. Primijenit će princip bojenja karte, odnosno vrhova, pri rješavanju problema rasporeda. Učenici mogu određeni broj sati raditi u timovima na projektu kojim će modelirati situaciju iz stvarnoga života.

## Ishodi učenja

Učenici će:

- rabiti matematičku terminologiju uz pojmove iz teorije grafova kao što su šetnja, put, staza, ciklus, stablo, stupanj vrha, usmjereni graf, povezani graf, potpuni graf, jednostavni graf, težinski graf
- razlikovati razapinjuće stablo, Eulerov i Hamiltonov ciklus
- prepoznati izomorfne grafove
- prikazati graf koristeći matricu susjedstva i obrnuto
- osmisliti vlastite intuitivne algoritme te koristiti Primov algoritam, algoritam najbližeg susjeda i Dijkstrin algoritam pri određivanju najkraćeg puta, minimalnoga razapinjućeg stabla, rješavanju Problema trgovačkog putnika i rješavanju Problema kineskog poštara
- primijeniti problem bojenja vrhova i bridova u rješavanju matematičkih problema
- prepoznati problem koji se rješava primjenom teorije grafova
- modelirati problemske situacije iz stvarnoga života koristeći teoriju grafova uz interpretaciju rješenja.

### 3.10. Optimizacija

Optimizacija je jedna od ideja vodilja u nastavi matematike pa se teme vezane uz optimizaciju, kao što su određivanje minimuma i maksimuma, provlače kroz sve cikluse matematičkog obrazovanja. U ovom će modulu učenici proučiti i primijeniti neke od metoda pronalaženja najpovoljnijeg rješenja zadanog problema. Koristit će program dinamične geometrije i grafičke kalkulatora za prikaz i analizu zadanih problema te procjenu optimalnih rješenja. Pri određivanju minimalnih odnosno maksimalnih vrijednosti primjenjivat će nejednakost trokuta, nejednakosti među sredinama, ekstrem kvadratne funkcije te lokalne ekstreme elementarnih funkcija. Metodom linearnog programiranja rješavat će probleme linearne optimizacije s dvjema varijablama prikazujući funkciju cilja i uvjete u programu dinamične geometrije, odnosno na grafičkom kalkulatoru. Kao završni projektni rad učenici mogu osmisliti i istražiti problem iz stvarnoga života te ga riješiti koristeći otvorene računalne alate za rješavanje višedimenzionalnih problema linearnog programiranja.

## Ishodi učenja

Učenici će:

- odrediti ekstremne vrijednosti elementarnih funkcija koristeći svojstva elementarnih funkcija

- primijeniti nejednakost između aritmetičke i geometrijske sredine te nejednakost trokuta pri određivanju ekstremnih vrijednosti algebarskih izraza uz zadane odnose među varijablama
- približno odrediti ekstremne vrijednosti iz grafičkog prikaza modela problema optimizacije dobivenog uz pomoć tehnologije
- rješavati probleme linearnog programiranja iz stvarnoga života rabeći programe dinamične geometrije, proračunske tablice, grafičke kalkulatora i otvorene računalne alate linearnog programiranja, uz interpretaciju dobivenih rješenja
- primijeniti metode optimiziranja pri rješavanju problema iz matematike, ostalih odgojno-obrazovnih područja i stvarnoga života.

### 3.11. Odabrane natjecateljske teme

Ovim će modulom biti obuhvaćene odabrane natjecateljske teme: teorija brojeva, geometrija, kombinatorika, nejednakosti i funkcije. U teoriji brojeva učenici će usvojiti koncept djeljivosti, kongruencije, Diofantske jednadžbe, princip matematičke indukcije, Mali Fermatov teorem i Eulerov teorem. Probleme u geometriji rješavat će primjenom sličnosti, sukkladnosti, svojstava karakterističnih točaka trokuta, poučka o simetrali kuta, planimetrijskih poučaka (Cevin teorem, Menelajev teorem, Ptolomejev teorem), svojstava tetivnih i tangencijalnih četverokuta, potencije točke  $s$  obzirom na kružnicu, preslikavanja ravnine (izometrije i inverzija) te kompleksnih brojeva u planimetriji. Učenici će u rješavanju logičko-kombinatornih zadataka odabrati i primijeniti invarijante, monovarijante, bojenja, dvostruko prebrojavanje, Dirichletov princip, formulu uključivanja-isključivanja i teoriju grafova. Nejednakosti će dokazivati primjenjujući veze među sredinama, nejednakost trokuta, Cauchy-Schwarzovu nejednakost, neprekidno preuređenje vektora i druge nejednakosti. Učenici će analizirati i primjenjivati svojstva elementarnih funkcija, određivati nizove zadane rekurzivno i rješavati funkcijske jednadžbe nad  $\mathbf{Q}$  i nad  $\mathbf{R}$ .

#### Ishodi učenja

Učenici će

- primijeniti princip matematičke indukcije za dokazivanje tvrdnji u različitim kontekstima rabeći precizan matematički jezik
- riješiti Diofantsku jednadžbu zadanu algebarski ili opisno u nekom kontekstu uz interpretaciju dobivenog rješenja
- riješiti geometrijski problem odabirom prikladne metode, analizom zadanih podataka, skica i veza među objektima uz argumentiranje učinkovitosti pojedine metode
- istražiti svojstva preslikavanja ravnine i njihovih kompozicija te vezu kompleksnih brojeva i preslikavanja ravnine, uz pomoć tehnologije

- analizirati logički zadatak i prikazati njegovo rješenje jasnim i preciznim matematičkim jezikom primjenjujući invarijante, monovarijante, bojenja, dvostruko prebrojavanje i Dirichletov princip
- dokazati nejednakost primjenjujući nejednakost trokuta, veze među aritmetičkom, geometrijskom, harmonijskom i kvadratnom sredinom, te poznate nejednakosti poput Cauchy-Schwarzove nejednakosti
- odrediti funkciju zadanu funkcijskim jednadžbama primjenjujući svojstva funkcija i metode rješavanja diferencijalnih jednadžbi
- razmjenjivati ideje i postupke jasnim, preciznim matematičkim jezikom predstavljajući rješenja u usmenom i pisanom obliku.

## 4. Učenje i poučavanje

Prateći suvremene trendove u obrazovanju i uvažavajući dobivene rezultate inicijalnog istraživanja o učeničkoj želji za pohađanjem fakultativne nastave matematike, planirane su metode učenja i poučavanja. Cilj je fakultativne nastave omogućiti učeniku, uz stjecanje specifičnih matematičkih kompetencija, razvijanje generičkih kompetencija, korištenjem onih pristupa i metoda poučavanja koje je u redovnoj nastavi rijetko ili nemoguće koristiti, a maksimalno potiču aktivnost učenika. U fakultativnoj nastavi matematike naglasak će biti na istraživačkoj, problemskoj i projektnoj nastavi uz primjenu elemenata igrifikacije i informatičke tehnologije. Želja nam je takvim radom povećati samostalnost i odgovornost učenika u procesu učenja.

### 4.1. Problemska nastava

Cilj je problemske nastave osposobljavanje učenika za rješavanje problema. Učenike se potiče na primjenu već usvojenih koncepata u rješavanju problema, ali i na konstruiranje novog znanja rješavanjem problema. S obzirom na stupanj samostalnosti učenika u postavljanju problema i pronalaženju koraka u rješavanju problema, problemska nastava može imati više razina, od heurističke metode u kojoj nastavnik postavlja problem i nudi korake koji će učenika dovesti do rješenja pa do posve otvorene aktivnosti u kojoj učenici sami u određenoj situaciji postavljaju problem i traže rješenja. Odabirom različitih razina složenosti nastavnik može problem prilagoditi individualnim mogućnostima i obrazovnim potrebama učenika. Problemska nastava doprinosi razvoju logičkog razmišljanja i zaključivanja učenika, njegovoj kreativnosti, povezivanju teorije s praksom, te preuzimanju odgovornosti za vlastito učenje.

U fakultativnoj nastavi matematike učenici će primjenjivati usvojene koncepte za rješavanje problema ne samo iz područja matematike, nego i prirodoslovnih i društvenih znanosti, te osobnog života. Učenici će usvajati nove koncepte rješavajući te probleme.

### 4.2. Istraživačka nastava

Cilj je istraživačke nastave osposobljavanje učenika za planiranje istraživanja, izvođenje istraživanja, prikazivanje rezultata istraživanja i njihovo vrednovanje. Razlikujemo dva tipa istraživačke nastave: učenje otkrivanjem i učenje istraživanjem.

U učenju otkrivanjem učenik uočava potrebu za već definiranim pojmovima i/ili postojećim postupcima, odnosno, rješava probleme koji je znanstvena zajednica već riješila, ali je za učenika rješenje nepoznato, što pretpostavlja deduktivni način razmišljanja.



Učenje istraživanjem temelji se na znanstvenom pristupu, učenici prikupljaju podatke i provode eksperiment, te pronalaze zakonitosti, što pretpostavlja induktivni način razmišljanja.

Oba tipa istraživačke nastave potiču znanstveni način razmišljanja. Učenici do novih spoznaja dolaze samostalnim istraživanjem, pri čemu postavljaju hipoteze, mjere, prikupljaju i analiziraju podatke, promatraju i opisuju odnose među promatranim pojavama, vrednuju i prikazuju rezultate. S obzirom na stupanj samostalnosti učenika i ulogu nastavnika, istraživačku nastavu moguće je organizirati na tri razine složenosti:

- strukturirano istraživanje: nastavnik postavlja problem, nudi materijale i procedure, a učenici samostalno dolaze do rezultata
- vođeno istraživanje: nastavnik postavlja problem, nudi materijale, a učenici samostalno pronalaze i razvijaju procedure dolaska do rezultata
- otvoreno istraživanje: učenici pod nadzorom nastavnika samostalno formuliraju problem, pronalaze materijale i razvijaju procedure dolaženja do rezultata.

U fakultativnoj nastavi matematike primjena informatičke tehnologije, programa dinamične geometrije i grafičkih džepnih računala omogućit će učenicima provođenje eksperimenata u matematici.

### 4.3. Projektna nastava

Cilj je projektne nastave osposobljavanje učenika za organiziranje i provođenje projekata. Projektnu nastavu karakterizira sedam značajki:

- **problem** je polazište projekta
- **timski rad** potiče socijalizaciju učenika
- **interdisciplinarnost** u pristupu rješavanja problema
- **vremenska neograničenost** pogoduje individualnoj brzini učenja svakoga uključenog učenika
- **razvoj generičkih kompetencija** učenika (samostalnost, odgovornost)
- **dugotrajno znanje** primjenjivo u stvarnome životu
- **samoevaluacija** znači drugačiji način vrednovanja učenika u odnosu na redovnu nastavu.

U fakultativnoj nastavi matematike učenici će izraditi projekt kao jedan od produkata kojima će demonstrirati usvojenost ishoda učenja.

#### 4.4. Igrifikacija u fakultativnoj nastavi matematike

Cilj igrifikacije u nastavi odnosi se na upotrebu tehnika i elemenata društvenih igara na nastavnom materijalu kako bi se povećala motivacija učenika, njegov interes i trud te upornost u rješavanju zadataka.

Igrifikacija u nastavi ima mnoge prednosti:

- visoka razina uključenosti učenika
- lako zadržavanje učeničke pažnje, interesa i koncentracije
- povezivanje pozitivnih emocija s nastavnim sadržajima pomoću igre
- olakšano i dulje pamćenje nastavnih sadržaja naučenih kroz igru.

U fakultativnoj nastavi matematike koristit će se elementi igrifikacije sa svrhom podizanja učeničke motivacije i uključenosti u nastavu.

#### 4.5. Djevojke u fakultativnoj nastavi

Jedan od važnih ciljeva fakultativne matematike korištenje je onih metoda poučavanja koje dodatno potiču djevojke u području matematike i općenito prema bavljenju STEM područjem.

Većina metaanaliza kognitivnih spolnih razlika ističe prednost mladići u vizualno-prostornim sposobnostima, a to uključuje misaone rotacije i mehaničko rasuđivanje. Također, mladići su bolji i u matematičkom rasuđivanju i motoričkim vještinama.

Muško-ženske razlike u veličini mozga i njegovoj strukturi, te funkcionalnoj povezanosti i aktivnosti dijelova mozga, uzrokuju kod rješavanja zadataka misaone rotacije korištenje različitih kognitivnih strategija – statistički gledano, djevojke koriste verbalni, jezični pristup i tzv. analitički pristup (prate pojedine elemente prostornih objekata), a mladići spacijalni (prostorni) i perceptivni i tzv. holistički pristup (prostorni objekt doživljavaju kao jednu cjelinu).

Također, statistički gledano, djevojke su bolje u verbalnoj fluentnosti, čitanju, pisanju, finoj motorici i računanju. Djevojke brže procesiraju od mladića, a ta je razlika najizraženija u adolescenciji. Djevojke favoriziraju zadatke koji traže brzi i leksički pristup, a mladići manipuliranje misaonim prikazima. Ove razlike su se razvile kao evolucijska prednost i služe preživljavanju.

Prema rezultatima većine PISA istraživanja, mladići imaju više općeg znanja povezanog s kompeticijom u sportu, aktualnim događanjima, povijesti i politici, financijama, području otkrića i izuma. Djevojke imaju više znanja u području brige za druge (medicina i prehrana). Rezultati se tumače kao posljedica socijalizacije djece različita spola i neovisni su o zemlji u kojoj je istraživanje provedeno.

Također, djevojke su osjetljivije na neverbalne znakove. Stoga, ukoliko nastavnici imaju manja očekivanja od djevojaka, one će sudjelovati u manje samostalnih aktivnosti od dječaka, pa će i manje toga naučiti.

Mladići su skloniji pogađanju točnog odgovora i preuzimanju rizika, naročito u usvajanju novih kognitivnih vještina, a to im daje više mogućnosti za brže učenje. Također, uspješniji su u rješavanju problemskih zadataka. Nadalje, mladići više vjeruju u svoje matematičke sposobnosti, više uživaju, više su intrinzično motivirani, više matematiku smatraju društveno korisnom.

Istraživanja pokazuju da nastavnici često smatraju kako osobine važne za matematičko postignuće (kompetitivnost, logičnost, fleksibilnost) više opisuju mladiće.

Većina analiza pokazuje sve negativnije stavove prema matematici s godinama školovanja neovisno o spolu. Raste uvjerenje da je matematika težak predmet jer gradivo zahtijeva postupno napuštanje standardnih algoritama, sve veću fleksibilnost i izraženije povezivanje naučenih pravila i koncepata.

### **Zaključno:**

Nisu nađene muško-ženske razlike u razumijevaju matematičkih pojmova.

I mladići i djevojke imaju sličnu ukupnu snagu kognitivnog procesiranja, ali koriste različite moždane strukturalne putove. Posljedica je toga da u području matematike i znanosti nalazimo različite kognitivne profile s obzirom na spol. Pri tome ne smijemo zaboraviti da individualne razlike mogu biti veće od spolnih razlika.

### **Preporuke za nastavnike:** kako povećati uključenost djevojaka u STEM

- naglašavati djevojkama da su vlastita aktivnost, trud i napor važni za uspjeh kao i sposobnosti
- zadavati jednostavne brzinske testove i one testove koji se temelje na preciznosti, a to je obično jača strana djevojaka; na taj način potičemo stvaranje pozitivne slike o sebi i podižemo samopouzdanje
- pozivati djevojke da rješavaju primjere pred razredom jednako često koliko i mladiće
- omogućiti suradnički rad u spolno mješovitim grupama i ne organizirati natjecanja mladića protiv djevojaka
- u tekstualnim zadacima koristiti sadržaje koji su djevojkama bliski i zanimljivi (prehrana, medicina, ali i otkrića i izumi, kao i sadržaje iz stvarnoga života)
- u tekstualnim materijalima izbjegavati spolne/rodne stereotipe (npr. molekularna biologinja/biolog treba izračunati volumen...)
- omogućiti djevojkama korištenje tehnologije (računala) za istraživačke projekte i zadatke te igranje ciljanih svrhovitih igara, s ciljem preuzimanja rizika i inovativnosti; omogućiti im da same kreiraju svoje projekte
- graduirati zadatke koji potiču trening vizualno-spacijalnih vještina koji uključuje zadatke misaone rotacije, građenja, razgradnje; poticati djevojke u tom području gdje pokazuju

slabije rezultate i tražiti od djevojaka da pokušaju razumjeti zašto stvari funkcioniraju na određen način

- pokušati smanjiti negativne stavove do kojih dolazi zbog težine predmeta i omogućiti brže postizanje uspjeha; ovo je korisno svim učenicima, a osobito djevojkama
- educirati roditelje.

#### **4.6. Ishodi učenja sa stajališta procesa**

Odabrane metode učenja i poučavanja omogućit će razvoj generičkih kompetencija.

Učenici će:

- prepoznati i opisati problem
- samostalno i strpljivo tražiti rješenje problema
- primjenjivati usvojena pravila i postupke, metode dokazivanja i zaključivanja
- predstaviti rješenje i postupak rješavanja određenog zadatka
- obrazložiti odabir matematičkih postupaka u rješavanju određenih zadataka
- otkriti pogrešku u postupku kod netočnog rješenja
- usporediti i kritički vrednovati primijenjeni postupak u rješavanju matematičkog problema
- izraziti ideje i rješenja argumentirano, preciznim i jasnim matematičkim jezikom
- objasniti korake koje su koristili u radu na određenom zadatku
- aktivno sudjelovati u timskom radu uz razmjenu matematičkih ideja, mišljenja i stavova
- odabrati način prezentacije rada skupine/tima
- samostalno predstaviti rad tima
- vrednovati vlastiti doprinos radu skupine/tima i doprinos ostalih članova skupine/tima
- upravljati vremenom predviđenim za samostalan rad
- modelirati i istraživati situacije iz ostalih odgojno-obrazovnih područja i stvarnoga života
- razvijati vještine učinkovitog korištenja tehnologije
- kritički procjenjivati prednosti i nedostatke primjene tehnologije.

## 5. Vrednovanje

Ishodi učenja u fakultativnoj nastavi iz matematike popraćeni su prikladnim kriterijima vrednovanja prema kojima se može odrediti njihova ostvarenost.

Bilo da se vrednuje na početku (*dijagnostičko vrednovanje*), tijekom (*formativno vrednovanje*) ili na završetku (*sumativno vrednovanje*) poučavanja, taj sustavni proces kontinuiranog praćenja i prikupljanja informacija o učeničkim postignućima u fakultativnoj nastavi iz matematike ima svrhu dijagnosticiranja učeničkih jakih i slabih strana, praćenja učeničkog napretka tijekom nastavnog procesa, ocjenjivanja, utvrđivanja efikasnosti poučavanja te motiviranja učenika.

Bitna sastavnica vrednovanja u fakultativnoj nastavi iz matematike jest i uključivanje učenika u svaki vid vrednovanja (*vrednovanje kao učenje*), od kreiranja zadataka i pitanja do evaluiranja njihovih postignuća (*samovrednovanje*), kao i postignuća ostalih učenika.

Radi efikasnog evidentiranja prikupljenih informacija o učeničkim postignućima s ciljem pružanja što transparentnije i sadržajnije povratne informacije u fakultativnoj nastavi iz matematike koriste se *četverodimenzionalne trirazinske rubrike*<sup>1</sup> (nastavnički primjerak i učenički primjerak). Rubrike su organizirane tako da prikazuju četiri kriterija: *matematički koncepti i primjene, komunikacija i prikazivanje, primjena tehnologije te samostalnost i odgovornost*. One mjere kvalitetu ostvarenog na tri razine: izvrsno, dobro i potrebna podrška, pri čemu su jasno navedene očekivane izvedbe za svaku razinu u rubrici. Uz primjer rubrike nastavnicima i učenicima pripremljena je i *lista procjene*, odnosno tablica s popisom kriterija i elemenata kriterija u koju će moći zabilježiti razinu svoje uspješnosti.

---

<sup>1</sup> Rubrika je jedno ili višedimenzionalna tablica kriterija postavljenih na nekoliko razina.

### RUBRIKA – PRIMJERAK ZA NASTAVNIKA

RAZINA	Matematički koncepti i primjene	Komunikacija i prikazivanje	Primjena tehnologije	Samostalnost i odgovornost
Izvršno	<ul style="list-style-type: none"> <li>- uočava sve važne elemente zadatka, njihove veze i odnose</li> <li>- prepoznaje matematičke koncepte u različitim kontekstima, u poznatim i nepoznatim situacijama</li> <li>- korektno primjenjuje matematičke koncepte</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- redovito koristi matematički jezik u pisanom i usmenom izražavanju</li> <li>- samostalno odabire prikladan prikaz i prelazi s jednog prikaza u drugi</li> <li>- prikazuje svoj rad jasno, cjelovito i strukturirano</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- samostalno koristi tehnologiju za istraživanje, organiziranje i prikazivanje</li> <li>- odabire prikladnu tehnologiju</li> <li>- u potpunosti uviđa prednosti i ograničenja korištenja tehnologije</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- organizira svoje učenje s obzirom na zadane vremenske okvire</li> <li>- u potpunosti izvršava svoje zadatke u individualnom i timskom radu</li> <li>- ustrajno traži rješenje problema</li> </ul>
Dobro	<ul style="list-style-type: none"> <li>- uočava važne elemente zadatka i jednostavne veze među njima</li> <li>- prepoznaje matematičke koncepte u različitim kontekstima, u poznatim situacijama</li> <li>- primjenjuje matematičke koncepte uz manje pogreške</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- uglavnom koristi matematički jezik u pisanom i usmenom izražavanju</li> <li>- odabire prikaz i prelazi s jednog prikaza u drugi</li> <li>- prikazuje svoj rad jasno i djelomično strukturirano</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- koristi tehnologiju za istraživanje, organiziranje i prikazivanje, uz pomoć</li> <li>- uviđa neke prednosti i ograničenja korištenja tehnologije</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- uglavnom organizira svoje učenje s obzirom na zadane vremenske okvire</li> <li>- djelomično izvršava svoje zadatke u individualnom i timskom radu</li> <li>- u nekim situacijama odustaje od rješavanja problema</li> </ul>
Potrebna podrška	<ul style="list-style-type: none"> <li>- uočava neke elemente zadatka i uspostavlja veze među njima, uz pomoć</li> <li>- prepoznaje matematičke koncepte u nekim poznatim situacijama</li> <li>- primjenjuje jednostavnije matematičke koncepte uz pogreške</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ograničeno koristi matematički jezik</li> <li>- iz danoga prikaza prelazi u drugi prikaz, uz pomoć</li> <li>- prikazuje svoj rad nejasno i nepotpuno</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- tehnologiju koristi uz znatnu podršku</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- slabo organizira svoje učenje s obzirom na zadane vremenske okvire</li> <li>- često ne izvršava svoje zadatke u individualnom i timskom radu</li> <li>- lako odustaje od rješavanja problema</li> </ul>
0	Ništa od navedenog			

### RUBRIKA – PRIMJERAK ZA UČENIKA

RAZINA	Matematički koncepti i primjene	Komunikacija i prikazivanje	Primjena tehnologije	Samostalnost i odgovornost
Izvršno	<ul style="list-style-type: none"> <li>- uočavam sve važne elemente zadatka, njihove veze i odnose</li> <li>- prepoznajem matematičke koncepte u različitim kontekstima, u poznatim i nepoznatim situacijama</li> <li>- korektno primjenjujem matematičke koncepte</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- redovito koristim matematički jezik u pisanom i usmenom izražavanju</li> <li>- samostalno odabirem prikladan prikaz i prelazim s jednog prikaza u drugi</li> <li>- prikazujem svoj rad jasno, cjelovito i strukturirano</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- samostalno koristim tehnologiju za istraživanje, organiziranje i prikazivanje</li> <li>- odabirem prikladnu tehnologiju</li> <li>- u potpunosti uviđam prednosti i ograničenja korištenja tehnologije</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- organiziram svoje učenje s obzirom na zadane vremenske okvire</li> <li>- u potpunosti izvršavam svoje zadatke u individualnom i timskom radu</li> <li>- ustrajno tražim rješenje problema</li> </ul>
Dobro	<ul style="list-style-type: none"> <li>- uočavam važne elemente zadatka i jednostavne veze među njima</li> <li>- prepoznajem matematičke koncepte u različitim kontekstima, u poznatim situacijama</li> <li>- primjenjujem matematičke koncepte uz manje pogreške</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- uglavnom koristim matematički jezik u pisanom i usmenom izražavanju</li> <li>- odabirem prikaz i prelazim s jednog prikaza u drugi</li> <li>- prikazujem svoj rad jasno, i djelomično strukturirano</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- koristim tehnologiju za istraživanje, organiziranje i prikazivanje, uz pomoć</li> <li>- uviđam neke prednosti i ograničenja korištenja tehnologije</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- uglavnom organiziram svoje učenje s obzirom na zadane vremenske okvire</li> <li>- djelomično izvršavam svoje zadatke u individualnom i timskom radu</li> <li>- u nekim situacijama odustajem od rješavanja problema</li> </ul>
Potrebna podrška	<ul style="list-style-type: none"> <li>- uočavam neke elemente zadatka i uspostavljam veze među njima, uz pomoć</li> <li>- prepoznajem matematičke koncepte u nekim poznatim situacijama</li> <li>- primjenjujem jednostavnije matematičke koncepte uz pogreške</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ograničeno koristim matematički jezik</li> <li>- iz danoga prikaza prelazim u drugi prikaz, uz pomoć</li> <li>- prikazujem svoj rad nejasno i nepotpuno</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- tehnologiju koristim uz znatnu podršku</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- slabo organiziram svoje učenje s obzirom na zadane vremenske okvire</li> <li>- često ne izvršavam svoje zadatke u individualnom i timskom radu</li> <li>- lako odustajem od rješavanja problema</li> </ul>
0	Ništa od navedenog			

**LISTA SAMOPROCJENE – PRIMJERAK ZA NASTAVNIKA**

<b>Učenik/ca:</b>	<b>IZVRSNO</b>	<b>DOBRO</b>	<b>TREBA POMOĆ</b>
<b>MATEMATIČKI KONCEPTI I PRIMJENE</b>			
1. Razumije problem (zadatak)			
2. Prepoznaje matematičke postupke koji vode k rješenju			
3. Rješava matematički zadatak			
<b>KOMUNIKACIJA I PRIKAZIVANJE</b>			
1. Koristi matematički jezik, nazivlje i oznake			
2. Iznosi ideje i postupke rješavanja			
3. Prikazuje rezultate			
4. Argumentirano sudjeluje u nastavi			
<b>PRIMJENA TEHNOLOGIJE</b>			
1. Koristi tehnologiju za modeliranje problema			
2. Koristi tehnologiju za istraživanje			
3. Koristi tehnologiju za računanje			
4. Koristi tehnologiju za prikaz rezultata			
<b>SAMOSTALNOST I ODGOVORNOST</b>			
1. Aktivno sudjeluje u radu			
2. Odgovorno pristupa dodijeljenim zadacima			
3. Samostalno donosi odluke			



**LISTA SAMOPROCJENE – PRIMJERAK ZA UČENIKA**

	<b>IZVRSNO</b>	<b>DOBRO</b>	<b>TREBAM POMOĆ</b>
<b>MATEMATIČKI KONCEPTI I PRIMJENE</b>			
1. Razumijem problem (zadatak)			
2. Prepoznajem matematičke postupke koji vode k rješenju			
3. Rješavam matematički zadatak			
<b>KOMUNIKACIJA I PRIKAZIVANJE</b>			
1. Koristim matematički jezik, nazivlje i oznake			
2. Iznosim ideje i postupke rješavanja			
3. Prikazujem rezultate			
4. Argumentirano sudjelujem u nastavi			
<b>PRIMJENA TEHNOLOGIJE</b>			
1. Koristim tehnologiju za modeliranje problema			
2. Koristim tehnologiju za istraživanje			
3. Koristim tehnologiju za računanje			
4. Koristim tehnologiju za prikaz rezultata			
<b>SAMOSTALNOST I ODGOVORNOST</b>			
1. Aktivno sudjelujem u radu			
2. Odgovorno pristupam dodijeljenim zadacima			
3. Samostalno donosim odluke			