

### Zadatak 1.

#### Crtanje i konstruiranje

- Koristeći alat na lijevoj strani nacrtajte tri točke i označite ih  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ . Nacrtajte dužinu, zraku i pravac i redom ih označite s  $a$ ,  $b$ , odnosno  $c$ . Nacrtajte kružnicu i označite/imenujte ju  $k$ . Mijenjajte položaj točaka i opišite što se događa s dužinom, zrakom, pravcem i kružnicom.
- Otvorite novu stranicu dokumenta (File./Document Options/ Add Page/ Blank Page). Nacrtajte točke  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $F$ .
  - Istaknite (selektirajte) točke  $A$  i  $B$  pa koristeći izbornik u gornjem redu konstruirajte dužinu  $\overline{AB}$ .
  - Konstruirajte zatim polupravac  $CD$  i pravac  $EF$ .
  - Nacrtajte točke  $P$  i  $Q$ .
  - Konstruirajte pravac  $p$  koji prolazi točkom  $P$  i paralelan je s pravcem  $EF$ .
  - Konstruirajte pravac  $q$  koji prolazi točkom  $Q$  i okomit je na pravac  $EF$ .
  - Mijenjajte položaj točaka  $E$ ,  $F$ ,  $P$  i  $Q$ . U kojem su položaju pravac  $EF$  i pravci  $p$ ,  $q$ ?
  - Konstruirajte sjecište pravca  $q$  i dužine  $\overline{AB}$  i označite ga s  $T_1$ . Mijenjajte položaj dužine  $\overline{AB}$  i promatrajte točku  $T_1$ . Što opažate?
  - Konstruirajte sjecište pravca  $q$  i pravca  $EF$  i označite ga s  $T_2$ . Mijenjajte položaj pravca  $EF$  i promatrajte točku  $T_2$ . Što opažate?
- Otvorite novu praznu stranicu dokumenta. Nacrtajte točke  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ . Konstruirajte kružnicu  $k_1$  kojoj pripada točka  $B$  i čije je središte u točki  $A$ . Konstruirajte kružnicu  $k_2$  sa središtem u  $E$  polumjera  $|CD|$ .
  - Istaknite (selektirajte) središte kružnice  $k_1$ , pa ga animirajte (Edit /Action Buttons /Animation/OK)
  - Animirajte središte kružnice  $k_2$ . Opišite gibanje kružnice i usporedite s gibanjem kružnice  $k_1$ .

### Zadatak 2.

#### Prenošenje dužine i kuta

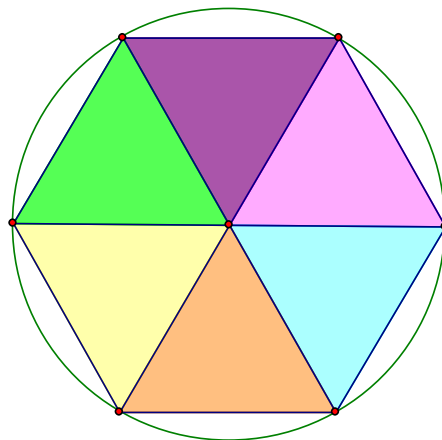
- Nacrtajte dužinu  $\overline{AB}$  i pravac  $p$  i na pravcu točku  $C$ .
  - Prenesite dužinu  $\overline{AB}$  na pravac  $p$ , tj na pravcu  $p$  konstruirajte dužinu  $\overline{CD}$  sukladnu s  $\overline{AB}$ .
  - Konstruirajte polovište dužine  $\overline{CD}$  (Istaknite (selektirajte) dužinu; Construct/Midpoint) i označite ga  $P$ . Mijenjajte položaj točke  $B$  i pratite promjene na slici.
  - Izmjerite duljine dužina  $\overline{AB}$  i  $\overline{CD}$  (Istaknite (selektirajte) dužine; Measure/length ). Mijenjajte položaj točaka  $A$ ,  $B$ . Što opažate?
- Otvorite novu praznu stranicu dokumenta. Nacrtajte točke  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  i konstruirajte polupravce  $QP$  i  $QR$ .
  - Prenesite  $\sphericalangle PQR$ , tj. konstruirajte kut  $ABC$  sukladan kutu  $PQR$ . Mijenjajte položaj točaka  $R$  ili  $P$  i pratite promjene na slici. Izmjerite kutove  $PQR$  i  $ABC$ . Mijenjajte položaj točaka  $R$ ,  $P$ . Što opažate?

- Otvorite novu praznu stranicu dokumenta. Nacrtajte točke  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  i konstruirajte polupravce  $QP$  i  $QR$ .
  - Prenošnje kuta možemo u Sketchpadu provesti jednostavnije. Nacrtajte polupravac  $p$  i početnu točku polupravca označite  $B$ . Prisjetite se izometrija koje poznajete. Koju izometriju treba primijeniti da dobijemo drugi krak kuta? Što moramo zadati da bismo odredili traženu izometriju? Istaknite točku  $B$  i koristite izbornik Transform/Mark Center. Istaknite točke  $R$ ,  $Q$ ,  $P$  i koristite izbornik Transform/Mark Angle. Istaknite polupravac  $p$  i koristite izbornik Transform/Rotate (Marked Angle). Dobiven je drugi krak kuta. Izmjerite mjere kutova  $PQR$  i prenesenog kuta. Mijenjajte položaj točaka  $R$ ,  $P$ . Što opažate?
- Možete li prenijeti dužinu korištenjem neke izometrije? Koje? Pod kojim uvjetima? Što moramo zadati da bismo odredili traženu izometriju? Otvorite novu stranicu dokumenta. Nacrtajte dužinu  $\overline{AB}$  i prenesite ju koristeći izbornik Transform.

### Zadatak 3.

#### Konstrukcija jednakostraničnog trokuta i kvadrata

- Nacrtajte dužinu  $\overline{PQ}$ . Konstruirajte jednakostranični trokut  $ABC$  čija je stranica duljine  $|PQ|$  koristeći:
  - a) prenošenje dužina
  - b) rotaciju.
 Izmjerite duljinu stranice  $|AB|$  i izračunajte površinu trokuta  $ABC$ . Izmjerite površinu trokuta i «provjerite» da vrijedi formula za površinu jednakostraničnog trokuta.
- Otvorite novu stranicu dokumenta. Nacrtajte dužinu  $\overline{PQ}$ . Konstruirajte kvadrat  $ABCD$  čija je stranica duljine  $|PQ|$ . Možete li provesti konstrukciju na više načina?
- Napravite sami neku sliku na primjer poput ove koristeći konstrukcije koje ste naučili u ovoj vježbi.



## Za nastavnika

Vježbu izvodimo na računalima.

### Zadatak 1. Crtanje i konstruiranje

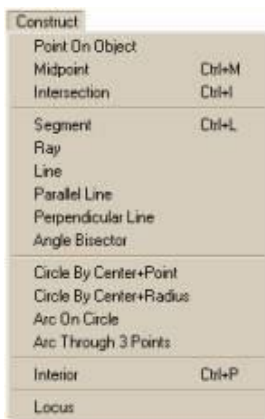
Vježba je predviđena za učenike koji prvi put koriste program Geometer's Sketchpad. Cilj vježbe je upoznavanje s osnovni naredbama kao i uočavanje razlika između crtanja i konstruiranja. Na ove razlike će se upućivati i u sljedećoj vježbi. Također se odmah upućuje učenike na označavanje elemenata na slici, kao i na organizaciju i spremanje dokumenata.

- Koristimo alate za crtanje točke, dužine, polupravca, pravca i kružnice. Koristimo alat za pisanje i označavamo nacrtane elemente.



Budući da računalo automatski dodjeljuje oznake, od učenika se zahtijeva da ih promijene. Dvostruki lijevi klik ručicom za pisanje na element koji želimo označiti otvara prozor u kojem se može unijeti nova oznaka. Isto se može postići tako da istaknemo objekt i odaberemo izbornik Display, Label. Pomicanje točaka mijenja duljinu dužine, položaj pravca i zrake, veličinu polumjera.

- Koristimo izbornik za konstruiranje. Učenicima postavljamo jednostavna pitanja: Što određuje dužinu (polupravac, pravac)? Zatim koristeći strelicu iz alata ističemo (selektiramo) nabrojene elemente i konstruiramo željeni objekt. Uočavamo da je redoslijed isticanja točaka važan za konstrukciju polupravca. Ponovo postavljamo pitanje: Što određuje paralelu (okomicu)? Ističemo pravac i točku i konstruiramo paralelu (okomicu). Mijenjanjem položaja točaka svojstva okomitosti i paralelnosti ostaju sačuvana. Zatim ističemo pravac i dužinu te konstruiramo sjecišta. Treba uočiti da sjecišta dužine i pravca nestaju u nekim položajima, dok sjecište dva neparalelna pravca uvijek postoji. Zato je u većini situacija bolje tražiti sjecišta pravaca jer će u suprotnom slike nestajati u nekim položajima.



- Konstruiramo kružnicu na dva načina. Treba uočiti da je pri konstrukciji pomoću središta i točke važan redoslijed isticanja

točaka. U konstrukciji pomoću središta i polumjera najprije treba konstruirati dužinu  $\overline{CD}$ , zatim istaknuti dužinu i središte te konstruirati kružnicu. Animiranje središta kružnica može se provesti na više načina. Jedan je pomoću izbornika Display, Show Motion Controller, zatim se istaknu središta i pomoću Motion Controllera pokrene animacija. Učenici će uočiti da se polumjer kružnice  $k_1$  mijenja, a polumjer kružnice  $k_2$  ostaje nepromijenjen.

### Zadatak 2.

#### Prenošenje dužine i kuta

Cilj vježbe je provesti osnovne konstrukcije prenošenja dužine i kuta. Neki će učenici vjerojatno pokušati prenijeti dužinu tako da ju jednostavno kopiraju (Edit, Copy, Paste). Korisno je potaknuti i ostale učenike da pokušaju na taj način i uvjere se da promjena duljine

početne dužine ne utječe na promjenu dužine kopirane. Na taj način se odmah na početku može ustanoviti da kopiranje nije dobar način rada u Geometer´ s Sketchpadu.

- Učenike upozoravamo na formulacije: Nacrtajte –  
podrazumijeva se korištenje alata za crtanje; Konstruirajte –  
podrazumijeva korištenje izbornika Construct.  
Postavljamo pitanje kako bismo konstrukciju prenošenja dužine proveli na papiru i upućujemo učenike da analogno provedu i na računalu. Istaknemo pravac  $p$  i na njemu konstruiramo točku  $C$ . Konstruiramo kružnicu sa središtem u  $C$  polumjera  $|AB|$ . Konstruiramo sjecišta kružnice i pravca. Jednu od dobivenih točaka označimo sa  $D$ . Konstruiramo dužinu  $\overline{CD}$ . Važno je da učenici uoče potrebu konstrukcije dužine  $\overline{CD}$  pa se traži konstrukcija polovišta koja nije moguća ako najprije nije konstruirana dužina. Može se pokazati kako korištenjem izbornika Display, Hide sakrivamo neke dijelove konstrukcije. Promjenom položaja točaka  $A$  ili  $B$  mijenja se dužina  $\overline{AB}$ , ali i dužina  $\overline{CD}$ . Za mjerenje duljine dužina  $\overline{AB}$  i  $\overline{CD}$  treba istaknuti dužine i koristiti izbornik Measure, Length. Promjenom položaja točaka  $A$  ili  $B$  duljine dužina  $\overline{AB}$  i  $\overline{CD}$  mijenjaju iznos, ali ostaju međusobno jednake.
- Analiziramo s učenicima korake konstrukcije prenošenja kuta i zatim ih provodimo na računalu. Nacrtamo pravac  $p$  i na njemu konstruiramo točku  $B$ . Nacrtamo pomoćnu dužinu  $r$  čija je duljina polumjer kružnica, istaknemo dužinu  $r$  i točke  $Q$  i  $B$  te konstruiramo kružnice. Konstruiramo sjecišta kružnice sa središtem u  $Q$  i polupravaca  $QP$ ,  $QR$  i pomoću njih tetivu  $t_1$ . Konstruiramo sjecište kružnice sa središtem u točki  $B$  i pravca  $p$ , jedno od sjecišta označimo sa  $C$ . Prenesemo tetivu  $t_1$  tako da je točka  $C$  početna, a dobivena točka  $A$  krajnja. Konstruiramo zrake  $BA$  i  $BC$ . Pomoćne dijelove konstrukcije možemo sakriti ili istaknuti pa koristiti izbornik Display, Line Width, Dashed. Za mjeru kuta istaknemo točke  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  i koristimo izbornik Measure, Angle. Promjenom položaja točaka  $R$  ili  $P$  mjere kutova mijenjaju iznos, ali ostaju međusobno jednake.
- Prenosimo kut jednostavnije pomoću rotacije. Od učenika se očekuje da zaključe kako moraju zadati središte rotacije (točka  $B$ ) i kut rotacije  $RQP$ . Treba pokušati zadati točke drugim redoslijedom  $PQR$ . Za mjeru kuta treba konstruirati točku na drugom kraku kuta.
- Slično dužinu možemo prenijeti korištenjem translacije pod uvjetom da je pravac na koji prenosimo dužinu paralelan sa zadanom dužinom. Nacrtamo točku  $T$  i konstruiramo pravac paralelan s dužinom  $\overline{AB}$ . Translacija je određena vektorom translacije. Istaknemo točke  $A$ ,  $B$  i koristimo izbornik Transform, Marc Vector za zadavanje vektora translacije. Zatim konstruiramo točku  $C$  na pravcu, istaknemo točku  $C$  i transliramo ju (Transform, Translate). Mijenjanjem položaja točke  $B$ , mijenja se i dužina  $\overline{CD}$  ali ostaje paralelna sa  $\overline{AB}$  i jednake duljine.

### Zadatak 3.

#### Konstrukcija jednakokraničnog trokuta i kvadrata

Cilj zadatka je konstrukcija jednakokraničnog trokuta i kvadrata na dva načina: prenošenjem dužina i rotacijom. Nadalje učenici se upoznaju s korištenjem kalkulatora u Geometer´ s Sketchpadu te načinom «provjeravanja» formula promjenama početnih vrijednosti.

- a) Učenike navedemo da opišu korake konstrukcije jednakostraničnog trokuta koje bi provodili u konstrukciji na papiru. Zatim iste korake provedemo na računalu. Nacrtamo pravac  $p$ , na njemu konstruiramo točku  $A$ , konstruiramo kružnicu sa središtem u  $A$  polumjera  $|PQ|$ . Konstruiramo točku  $B$  kao sjecište kružnice i pravca. Konstruiramo kružnicu sa središtem u  $B$  polumjera  $|PQ|$ . Konstruiramo točku  $C$  kao sjecište dviju kružnica.
- b) U razgovoru s učenicima zaključimo da najprije treba konstruirati stranicu  $\overline{AB}$  (prenošenjem dužine) koju ćemo zatim rotirati oko točke  $A$  za kut od  $60^\circ$ . Točku  $A$  definiramo kao središte rotacije. Istaknemo dužinu  $\overline{AB}$  zajedno s rubnim točkama i rotiramo koristeći izbornik Transform, Rotate, gdje za mjeru kuta upišemo  $60^\circ$ . Slika stranice  $\overline{AB}$  je stranica  $\overline{AC}$ , pa preostaje još samo konstruirati dužinu  $\overline{BC}$ . Možemo s učenicima ponoviti da smo kut rotacije definirali na dva načina: označavanjem kuta u prethodnom zadatku i upisivanjem mjere kuta u ovom. Površinu trokuta računamo koristeći izbornik Measure, Calculate. Zatim konstruiramo nutrinu trokuta  $ABC$  i mjerimo njegovu površinu. Učenici mijenjaju duljinu dužine  $\overline{PQ}$  pri čemu se mijenja mjera površine i izračunata veličina površine, ali one ostaju međusobno jednake.
- Konstrukcija kvadrata provodi se slično konstrukciji jednakostraničnog trokuta na dva načina: prenošenjem dužina i povlačenjem okomica ili rotacijom jedne stranice za  $90^\circ$ .
- U posljednjem dijelu zadatka učenici će sami konstruirati neke likove. Može ih se potaknuti da pokušaju napraviti i neku animaciju.